Magnitudes Lineales

Alejandro A. Torassa

(2014) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

En mecánica clásica, este trabajo presenta definiciones de magnitudes lineales a partir de magnitudes vectoriales.

Magnitudes Lineales

Las magnitudes lineales para una partícula A de masa m_a se definen con respecto a un vector posición $\mathbf{r}$ que es constante en magnitud y dirección.

Masa Lineal	$Y_a = m_a\,(\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}_a)$
Momentum Lineal	$P_a = m_a\,(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}_a)$
Fuerza Lineal	$F_a = m_a\,(\mathbf{r}\cdot\mathbf{a}_a)$
Trabajo Lineal	$W_a = \int F_a\; d(\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}_a)$
Teorema	$W_a = \Delta\, {}^1\!/_2\; m_a\,(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}_a)^2$

Donde $\mathbf{r}_a$, $\mathbf{v}_a$ y $\mathbf{a}_a$ son la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula A.

Las magnitudes lineales para un sistema de partículas se definen también con respecto a un vector posición $\mathbf{r}$ que es constante en magnitud y dirección.

Energía Potencial Lineal

La energía potencial lineal U_a de una partícula A sobre la cual actúa una fuerza resultante $\mathbf{F}_a$, está dada por:

$$U_a = -\int (\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}_a)\, d(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_a)$$

donde $\mathbf{r}$ es un vector posición que es constante en magnitud y dirección y $\mathbf{r}_a$ es la posición de la partícula A.

Si $\mathbf{F}_a$ es constante y como $\mathbf{F}_a = m_a\, \mathbf{a}_a$, entonces se deduce:

$$U_a = -\, m_a (\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}_a)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_a)$$

donde m_a es la masa de la partícula A y $\mathbf{a}_a$ es la aceleración constante de la partícula A.

Energía Mecánica Lineal

La energía mecánica lineal E_a de una partícula A de masa m_a que se mueve en un campo de fuerzas uniforme, está dada por:

$$E_a = {}^1\!/_2\, m_a (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}_a)^2 - m_a (\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}_a)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_a)$$

donde $\mathbf{r}$ es un vector posición que es constante en magnitud y dirección, y $\mathbf{v}_a$, $\mathbf{a}_a$ y $\mathbf{r}_a$ son la velocidad, la aceleración constante y la posición de la partícula A.

El principio de conservación de la energía mecánica lineal establece que si una partícula A se mueve en un campo de fuerzas uniforme entonces la energía mecánica lineal de la partícula A permanece constante.

Principio de Mínima Acción Lineal

Si consideramos una partícula A de masa m_a entonces el principio de mínima acción lineal, está dado por:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} 1/2\, m_a (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}_a)^2\, dt + \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}_a)\, \delta(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_a)\, dt = 0$$

donde $\mathbf{r}$ es un vector posición que es constante en magnitud y dirección, $\mathbf{v}_a$ es la velocidad de la partícula A, $\mathbf{F}_a$ es la fuerza resultante que actúa sobre la partícula A y $\mathbf{r}_a$ es la posición de la partícula A.

Si $-\delta V_a = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}_a)\, \delta(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_a)$ y como $T_a = 1/2\, m_a (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}_a)^2$, entonces:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_a - V_a)\, dt = 0$$

Y como $L_a = T_a - V_a$, entonces se obtiene:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L_a\, dt = 0$$

Bibliografía

A. Einstein, Sobre la Teoría de la Relatividad Especial y General.

E. Mach, La Ciencia de la Mecánica.

R. Resnick y D. Halliday, Física.

J. Kane y M. Sternheim, Física.

H. Goldstein, Mecánica Clásica.

L. Landau y E. Lifshitz, Mecánica.